DISSERTATIO PHYSICA

DE

CALORE IN FOCO LENTIS CONVEXÆ,

QUAM

Conf. Ampl. Fac. Philof. Reg. Acad. Aboënf.

PRÆSIDE

Mag. G. GABR. HÅLLSTRÖM,

Phyf. Prof. Reg. & Ordin. atque Reg. Societ. Oeconom. Fennicæ membro,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

Publice Examinandam proponit

HERMANNUS MALMBERG,

V. D. M. Oftrob.

In Ædibus Scholæ Cathedr. d. XIX. Junii MDCCCV.

H. a. m. f.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

33.

VIRO

PLURIMUM REVERENDO & PRÆCLARISSIMO

DOMINO

Mag. NICOLAO ÆJMELÆO,

Rectori Scholæ Triv. Vasens.,

NEC NON

Vicario Pastoris Ecclesiarum, quæ Deo in Storkyrå colliguntur, meritissimo,

Fautori Æstumatissimo

atque

Informatori diligentissimo,

Has pagellas sacratas

voluit, debuit

Plurimum Reverendi Nominis

cultor devotissimus

HERMANNUS MALMBERG.

Quotidiana nos docet experientia, in corporibus, quæ in imagine solis, picta in foco lentis convexæ & speculi concavi, tenentur, tantum oriri calorem, ut magna incendii vi non raro deleantur. Idque ita intelligendum esse docent Physici, ut radii lucis a sole ad nos pervenientes, qui se sensibus nostris aliquatenus calidos præbent, eo intensiorem gignant calorem sensibilem, quo minus spatium respectu amplitudinis lentis vel speculi ustorii in foco occupet hæc imago solis; secundum quæ principia absolutis numeris exponi potest proportio caloris radiorum lucis solarium simplicium & in foco lentis convexæ vel speculi ustorii condensatorum.

Si sola investigatio de calore in foco lentis convexæ hic instituitur, ex opticis patet, focum hunc vel imaginem solis a lente distare quantitate

$f = \frac{nRr}{(m-n)(R+r)}$, ubi R & r sunt radii convexitatis lentis, & $m:n$ ratio Sinus anguli incidentiæ ad Sinum anguli refractionis pro radiis mediæ refrangibilitatis, atque ubi crassitudo lentis, ut sæpissime fieri solet & potest, neglecta est.

Si jam duo radii lucis a duobus diametraliter oppositis punctis apparentis peripheriæ solis per centrum lentis ducti concipiuntur, hi, quia spatiis superficiei lentis ex oppositis partibus ejus parallelis occurrunt, & ob eam rem secundum principia optica refracti incidentibus respective sunt paralleli, ex utraque parte lentis angulum constituunt, qui est mensura apparentis diametri solis, & qui igitur magnitudine 32 minutorum æquari potest. Horum quoque radiorum distantia a se invicem in foco lentis est diameter imaginis solis, quæ igitur determinari potest cognito hoc angulo & data distantia foci a lente.

Facta nempe diametro imaginis solis $= x$, & ejus distantia a lente $= f$, erit ex principiis trigonometricis $1 : Tg\, 16' :: f : \frac{1}{2} x$, unde invenitur $x = 2 f\, Tg\, 16'$. Cum igitur in illud spatium circulare, cujus diameter est $= 2 f\, Tg\, 16'$, collecti sint omnes radii lucis per lentem transmissi; erit, facta lentis, quæ etiam circularis assumatur, diametro $= D$, densitas lucis ante lentem ad densitatem in foco ejus ut $x^2 : D^2$, hoc est, ut $4 f^2 (Tg\, 16')^2 : D^2$. Quatenus autem adhuc cognoscimus vim lucis calefaciendi corpora, assumere possumus eam esse proportionalem densitati lucis. Si igitur ponimus calorem, a radiis solaribus vulgaribus & non condensatis productum, esse ad calorem horum radiorum, in

foco

foco lentis collectorum, in ratione $1 : c$; erit secundum probabilem hanc hypothesin $1 : c :: 4f^2 (Tg16')^2 : D^2$, unde invenitur $c = \frac{D^2}{4f^2 (Tg16')^2} = \frac{(m-n)^2 (R+r)^2 D^2}{4n^2 R^2 r^2 (Tg16')^2}$. Facta autem substitutione valoris quantitatis $4(Tg16')^2$, invenitur $c = 11540{,}95 \cdot \frac{D^2}{f^2} = \frac{11540{,}95 (m-n)^2 (R+r)^2 D^2}{n^2 R^2 r^2}$.

Ex hac aequatione apparet, quantitatem c eandem manere, si in eadem ratione augentur vel diminuuntur diameter lentis & distantia focalis, unde quoque patet, calorem in foco plurium lentium diversae magnitudinis, & separatim adhibitarum, aequalem esse posse.

Sic quidem determinaretur calor in foco ortus, si lentes sphaericae, quibus solis jam uti solemus, radios lucis a sole vel puncto quodam lucido, per eas transmissos ita frangerent, ut omnes in unico puncto collecti denuo conveniant. Id autem tam ob figuram earum sphaericam, quam inprimis ob diversam radiorum lucis heterogeneorum refrangibilitatem non accidere notum est. Nam & experientia & theoria docet, radios lucis, marginem lentis sphaericae transeuntes, versus axin ejus fortius frangi, quam qui per centrum & puncta ei proxima emittuntur, ut etiam illa magistra notum est, radios coloris violacei maxime, & rubri minime frangi; unde necessa-

 rio

rio accidere debet, ut tam ob figuram sphæricam lentis, quam etiam ob diversam lucis refrangibilitatem, imago solis in foco ejus non sit talis magnitudinis, qualem eam supra determinavimus, sed major. Utraque harum aberrationum facit, ut radii a puncto unico emissi, in foco lentis circulum constituant; unde patet, radios ab objecto aliquo circulari egredientes in foco lentis constituere imaginem circularem, cujus radius proxime erit summa radiorum imaginis, neglecta aberratione determinatæ, & circuli ab aberratione sola effecti. Quodcunque enim punctum peripheriæ imaginis est centrum circuli illius, quem ob aberrationem constituunt radii. Utraque autem aberratio eodem hoc modo agit; quare illam tantum, quæ major est, in quovis casu speciali considerare oportet. Generaliter autem in magnitudinem utriusque inquirere necessarium est.

Retentis igitur antea adhibitis denominationibus, nempe distantia foci principalis $= f$, diametro aperturæ lentis $= D$, radio curvaturæ lentis anterioris $= R$, & posterioris $= r$, nec non facta quantitate $\frac{n}{m(m-n)} = B$, invenit Cel. KÄSTNER, reductis scilicet ejus formulis ad illum casum, quo radii advenientes paralleli sibi invicem & axi lentis sunt, hunc valorem semidiametri minimi illius circuli, qui in foco ob aberrationem a figura lentis sphærica fit, esse

$B.D$

$= \frac{BD^3}{64 f R}$ (*); quare ſubſtitutis valoribus quantitatum B & f, erit valor hujus ſemidiametri aberrationis $= \frac{R+r}{64 m R^2 r} . D^3$. Cumque præterea in caſu, quem conſideramus, ſit $R : \frac{1}{2} D :: 1 : m$, (facto Sinu toto $= 1$), erit $m R = \frac{1}{2} D$, & hoc valore ſubſtituto, ſemidiameter aberrationis a figura ſphærica $= \frac{R+r}{32 R r} . D^2$, vel, ſi mavis, $= \frac{n D^2}{32 (m-n) f}$.

Si ponitur $m = 50$, docuit NEWTON, pro radiis lucis mediæ refrangibilitatis eſſe $n = 77{,}5$ (**), adeoque his valoribus adhibitis, ſemidiameter qvæſita aberrationis eſt $= 0{,}088 . \frac{D^2}{f}$.

Si n' & n'' ſunt proportionales Sinubus angulorum refractionis radiorum lucis heterogeneorum, ita ut pro rubris radiis minime refrangibilibus valeat ratio hæc $m : n'$ Sinuum anguli incidentiæ & refractionis, pro radiis vero violaceis maxime refrangibilibus hæc $m : n''$, poſita diſtantia focali pro illis

*) Cfr. *Commentar. Societatis Reg. Scientiar. Gottingenſis*, *T. I. p.* 185 *&c. T. II, p.* 183 *&c.*

**) Vide ejus *Opticen*, *edit. Klarkii*, *Lauſannæ & Genevæ* 1740, *P. II. Libr. I. Prop. III, p,* 90 *&c.*

illis $= f'$, & pro his $= f''$, adeoque

$f' = \frac{n'Rr}{(m-n')(R+r)}$, & $f'' = \frac{n''Rr}{(m-n'')(R+r)}$; demonstravit KÄSTNER esse semidiametrum aberrationis ob diversam lucis refrangibilitatem $= \frac{f'-f''}{f'+f''} \cdot \frac{1}{2} D$. Substitutis vero hic valoribus quantitatum f' & f'', invenitur hæc semidiameter $= \frac{n'(m-n'')-n''(m-n')}{n'(m-n'')+n''(m-n')} \cdot \frac{1}{2} D$,

seu $= \frac{m(n'-n'')}{m(n'+n'')-2n'n''} \cdot \frac{1}{2} D$.

Si hic jam adhibentur valores Newtoniani $n' = 77$ & $n'' = 78$ pro $m = 50$, erit hæc aberrationis semidiameter $= 0{,}02346 \cdot D$, unde apparet, semidiametrum aberrationis a figura lentis esse ad semidiametrum aberrationis a diversa lucis refrangibilitate ut

$0{,}088 \cdot \frac{D^2}{f} : 0{,}02346 \cdot D$, hoc est ut $D : 0{,}2664 f$.

Cum hinc appareat quænam aberratio sit major, facile quoque intelligitur, cujus ratio in calculo de calore in foco lentis habeatur. Quotiescunque nimirum invenitur in data lente esse $D > 0{,}2664 f$, seu $f < 3{,}754 D$, consideranda est aberratio a figura lentis; quando autem reperitur $D < 0{,}2664 f$, seu $f > 3{,}754 D$, valor aberrationis a diversa refrangibilitate adhibebitur.

Ex

Ex iis, quæ jam sunt allata, facili calculo, observatis quoque aberrationibus, determinari potest calor in foco lentis convexæ. Jam monuimus, radium imaginis solis in foco esse æqualem summæ radii $f\,Tg\,16'$ & radii circuli aberrationis; unde patet, hanc summam substitui debere loco quantitatis $f\,Tg\,16'$ in valore c caloris invento. Sic igitur pro observata aberratione a figura lentis sphærica habetur

$$c = \frac{f^2 D^2}{4(f^2\,Tg\,16' + 0{,}088.\,D^2)^2} = \frac{f^2 D^2}{(0{,}0093.f^2 + 0{,}1761.D^2)^2}$$

$$= \frac{\mu^2}{(0{,}0093.\,\mu^2 + 0{,}1761)^2}, \text{ si sit } f = \mu D.$$

Si inter plures lentes ejusdem diametri & diversarum distantiarum focalium ea est eligenda, in cujus foco maximus oritur calor, ita hic sumentur fluxiones, ut quantitas f sola variabilis consideretur, D vero constans, quo facto invenitur

$dc = \frac{2(0{,}1761.D^2 - 0{,}0093.f^2).\,D^2\, f\, df}{(0{,}0093\, f^2 + 0{,}1761.D^2)^3}$, unde pro valore quantitatis c maximo erit $0{,}1761.\,D^2 - 0{,}0093.f^2$, & $f^2 = \frac{0{,}1761}{0{,}0093}.\,D^2 = 18{,}9355.\,D^2$ vel $f = 4{,}3515.\,D$. Hoc autem valore substituto invenitur maximus calor $c = \frac{1}{4.\,0{,}0093.\,0{,}1761} = 152{,}3$. Si vero in data lente constans est f, & diameter variabilis censetur,

ea-

eadem quoque invenitur conditio pro maximo calore, nempe $f = 4{,}3515\,D$, seu $D = 0{,}2298\,f$, adeoque idem valor maximus c, quem obtineri apparet obtecta tanta parte marginis lentis, ut restet apertura, cujus diameter est $D = 0{,}2298.f$. Tum autem, ut ex præcedentibus constat, aberratio a figura lentis parum est minor aberratione a diversa refrangibilitate, quare cum in hoc casu refrangibilitas paulisper jam minuat calorem maximum, hic nunquam assequi potest.

Similiter observata aberratione ob diversam refrangibilitatem lucis determinari jam potest calor in foco lentis. Patet enim ex præcedentibus, fieri

$$c = \frac{D^2}{5(f\,Tg\,16' + 0{,}02346.\,D)^2} = \frac{D^2}{(0{,}0093.\,f + 0{,}0469.\,D)^2}$$

$$= \frac{1}{(0{,}0093.\,\mu + 0{,}0469)^2}.$$ Hunc autem valorem pro D constante perpetuo decrescere patet, aucta distantia focali f, & maximum esse pro minimo valore hujus distantiæ f.

Conjunctis igitur ambabus hisce considerationibus, nempe aberrationis & a figura lentis & a lucis refrangibilitate derivandæ, id esse concludendum sequitur, maximum calorem in foco lentis oriri, quando aberrationes hæ æquales sunt, hoc est quando $D = 0{,}2664\,f$, seu $f = 3{,}754\,D$, & $\mu = 3{,}754$, in quo casu ille calor est $c = 149{,}45$.

In

In disquisitione hucusque allata suppositum est, omne lumen per lentem ei obviam transmitti, quæ hypothesis experientiæ non convenit. Illustrissimus RUMFORD hujus generis experimenta exactissima instituens invenit, luminis omnis per vitrum transmissi partem 0,1973 (medium valorem inter plures sumendo) amitti (*); unde igitur apparet, cum lentes parum majoris vulgo sint crassitiei, amissam partem poni posse $= 0{,}2$, & residuam $= 0{,}8$, quo numero multiplicandi sunt valores c, ut verus inveniatur calor. Hac igitur correctione adhibita, pro $D > 0{,}2664\, f$, seu $f < 3{,}754\, D$ erit

$$c = \frac{0{,}8\, f^2 D^2}{(0{,}0093 f^2 + 0{,}1761 . D^2)^2},$$ sed pro $D < 0{,}2664\, f$,

seu $f > 3{,}754\, D$, $$c = \frac{0{,}8\, D^2}{(0{,}0093\, f + 0{,}0469 . D)^2},$$ nec non

maximus $$c = \frac{0{,}8}{(0{,}0093 . 3{,}754 + 0{,}0469)^2} = 119{,}56.$$ Idem igitur est calor in foco omnium lentium, in quibus proportio $f : D$ eadem est. Cum tamen eo major sit imago solis in foco lentis, hoc est, eo majus spatium intra quod experimur vim caloris, quo longior est distantia f; facile intelligitur, cur majores lentes majorem exerceant vim comburendi.

Sic quidem invenimus absolutam caloris proportionem in lumine solari non condensato & in fo-

co

*) Vide *Philosophical Transact. of the Roy. Soc. of London* 1794, *P. I. p.* 94.

co lentis datæ. Reſtat autem adhuc ut explicetur, quem gradum in thermometro dato, poſito in hoc foco, cujus calor eſt datus, obſervare liceat. Sit g gradus thermometri, in lumine ſolis directo & non condenſato ante lentem poſiti, γ gradus obſolutus in puncto thermometri $o°$, & y gradus thermometri in foco lentis; quo facto erit calor in punctis thermometri $o°$ & g ut $1 : 1 + \frac{g}{\gamma}$ (°). Similiter eſt calor verus pro gradibus $o°$ & y ut $1 : 1 + \frac{y}{\gamma}$, quare pro inveniendo gradu y eſt $1 : c :: 1 + \frac{g}{\gamma} : 1 + \frac{y}{\gamma}$, unde eruitur $y = cg + (c - 1)\gamma$.

Ut hæc res exemplo quodam illuſtretur, ſit in thermometro centigrado $g = 30°$, & pro caſu maximi caloris $c = 119{,}56$, atque erit gradus $y = 3586.8 + 118{,}56\gamma$. Si igitur hic ſubſtituitur valor $\gamma = 882$ ex experimentis Cel. DALTON ſecundum ejus hypotheſin deductus (°°), erit, pro hoc caſu, gradus thermometri $y = 3586.8 + 118.56 . 882 = 108156{,}7$, unde facile intelligitur cur calor in foco lentis maxima agat vi.

°) Cfr. Disſert. *de vera proportione caloris* nuper editam.

°°) Cfr. l. nuper cit. pag. 7.